



*Bente Halvorsen og Bodil M. Larsen*

# Notater

**Simulering av husholdningenes  
aggregerte elektrisitetsforbruk**  
Dokumentasjon av modellen SHE-A

# Innhold<sup>⊗</sup>

<b>1. Innledning</b> .....	<b>2</b>
<b>2. Aggregering av SHE til SHE-A</b> .....	<b>3</b>
2.1 Etterspørselsfunksjonen i SHE .....	3
2.2 Aggregering av etterspørselsfunksjonen i SHE.....	5
2.3 Kalibrering av SHE-A .....	8
<b>3. Beskrivelse av SHE-A</b> .....	<b>9</b>
3.1 Etterspørselsstrukturen i SHE-A .....	9
3.2 Simulering av SHE-A.....	11
3.3 Egenskapene til aggregert etterspørsel .....	12
<b>Referanser</b> .....	<b>14</b>
<b>Utrekning av aggregert forbruk</b> .....	<b>15</b>

---

<sup>⊗</sup> **Prosjektstøtte:** Norges forskningsråd (Renergi), NVE, OED og Enova SF.

# 1. Innledning

For å kunne ha forventninger om husholdningenes elektrisitetsforbruk fremover, er det av stor interesse å identifisere hvilke faktorer som har drevet den historiske utviklingen i forbruket. Noen faktorer vil bidra til å øke elektrisitetsforbruket, som for eksempel en økning i andelen husholdninger som eier ulike husholdningsapparater, mens andre vil trekke i retning av redusert forbruk, som for eksempel økt energieffektivitet i husholdningsapparater og en økning i andelen husholdninger som bor i blokkleiligheter. Endringer i energipriser og inntekt vil både ha en direkte effekt på forbruket, og en indirekte effekt gjennom endringer i utstyrsbeholdning (elektriske apparater og beholdning av oppvarmingsutstyr) og boligmasse (areal, isolering).

Husholdningene bruker elektrisitet på svært forskjellige måter, fordi de er heterogene med hensyn til bolig- og husholdningskarakteristika, og de reagerer ulikt på pris- og inntektsendringer (se for eksempel Halvorsen m.fl. 2005a, 2005b og 2007). I slike tilfeller må man estimere den individuelle etterspørselsresponsen basert på mikrodata for så å summere opp for å unngå aggregeringsproblemer (se diskusjon i Halvorsen og Larsen, 2006 og Halvorsen m.fl. 2007). Vi har derfor utviklet en simuleringsmodell for husholdningenes aggregerte elektrisitetsforbruk, kalt SHE-A, som er en aggregert versjon av mikrosimuleringsmodellen SHE (Simulering av Husholdningenes Elektrisitetsetterspørsel, se Halvorsen m.fl. 2007). Mikrosimuleringsmodellen SHE er basert på et utvalg av om lag 3500 husholdninger fra Statistisk sentralbyrås forbruksundersøkelser. Formålet med SHE-modellen er å foreta analyser av enkelthusholdningers elektrisitetsforbruk. SHE-modellen egner seg bl.a. godt til å beregne bidraget fra ulike forklaringsfaktorer for husholdningenes elektrisitetsforbruk på et gitt tidspunkt, dvs. for en gitt sammensetning av husholdninger med ulike bolig- og husholdningskarakteristika.

SHE-A er laget for å kunne foreta historiske simuleringer av betydningen av ulike forklaringsfaktorer for utviklingen i elektrisitetsforbruket, samt scenarier for fremtidig utvikling i husholdningenes elektrisitetsforbruk. Årsaken til at vi har laget en aggregert versjon av SHE, er at SHE krever detaljert informasjon for alle de 3500 husholdningene i utvalget om en rekke variable, bla. priser, inntekt, utstyrsbeholdning, og andre husholdningskarakteristika. Siden vi ikke har historiske data for alle husholdningene, er en slik modell av individuell adferd dårlig egnet til å si noe om den historiske utviklingen i elektrisitetsforbruket.<sup>1</sup> Vi kan i prinsippet simulere utviklingsbaner fremover i SHE-modellen, men det er vanskelig å benytte en modell som krever eksogene anslag for mange variable for hver enkelt husholdning over hele tidsforløpet. Hvordan man fordeler utviklingstrendene på enkelthusholdninger vil kunne påvirke resultatene fra slike simuleringer, og resultatene blir vanskelig å forholde seg til. Det vil være stor usikkerhet knyttet til resultatene fra en slik modell, fordi de hviler på mange eksogene anslag. Effektene blir svært mange og uoversiktlige.

---

<sup>1</sup> Da måtte vi hatt paneldata for en lang periode.

SHE-A er konstruert for å simulere på aggregert nivå og ikke for den enkelte husholdning som i SHE. Den aggregerte etterspørselen i SHE-A skrives som en funksjon av mikroparametere fra SHE (som gjenspeiler adferd), gjennomsnittsverdier for forklaringsvariablene (pris, inntekt og husholdningskarakteristika) samt mål på spredningen i de ulike forklaringsvariablene (kalt aggregeringsfaktorer).<sup>2</sup> Modellen gir dermed mulighet til å skille mellom adferds- og struktureffekter. Den krever kun informasjon om utviklingen i gjennomsnitt og spredning i ulike variable over tid.

Dette notatet dokumenterer den aggregerte simuleringsmodellen SHE-A. Metoden som brukes i aggregeringen fra SHE til SHE-A er dokumentert i Halvorsen og Larsen (2006) for en spesifikk funksjonsform. Siden funksjonsformen i SHE avviker fra denne funksjonsformen, samt at vi veier husholdningene i utvalget for bedre å simulere forbruksendringer i populasjonen, viser vi i dette notatet hvordan aggregeringsmetoden beskrevet i Halvorsen og Larsen (2006) kan overføres til etterspørselsstrukturen i SHE.

## 2. Aggregering av SHE til SHE-A

Vi vil nå vise hvordan vi kan benytte metoden for aggregering beskrevet i Halvorsen og Larsen (2006) til å aggregere etterspørselsfunksjonen i SHE beskrevet i Halvorsen mf. (2007).

### 2.1 Etterspørselsfunksjonen i SHE

I SHE antas den enkelte husholdning å maksimere nytten av sitt konsum av alle goder den har muligheter til å konsumere for gitte priser, inntekt og karakteristika ved husholdningen og boligen. Dette optimeringsproblemet gir husholdningens forbruk av elektrisitet som funksjon av priser, inntekt og karakteristika. I SHE har vi følgende spesifisering av elektrisitetsforbruket for en husholdning  $h$ :

$$q_i^h = \delta_i^h + \left[ \alpha_i^h + \sum_{j=1}^J \gamma_{ij}^h \ln(p_j^h) OE_j^h + \beta_i^h \ln(x^h) \right] \frac{x^h}{p_i^h} + \lambda_i \ln(p_i^h), \quad (1)$$

hvor  $q_i^h$  er husholdning  $h$ s forbruk av gode  $i$  ( $i =$  elektrisitet),  $x^h$  er husholdning  $h$ s inntekt og  $p_j^h$  er prisen husholdning  $h$  må betale for gode  $j = 1, \dots, J$  (elektrisitet, fyringsolje, parafin og ved). For å sikre at kun priser på goder husholdningen har mulighet til å bruke inngår i forbrukslikningen til den enkelte husholdning, multipliseres alle priser med en dummyvariabel  $OE_j^h$  som indikerer om hushold-

---

<sup>2</sup> Aggregert etterspørsel kan beskrives enten ved totaltall eller gjennomsnittstall. Vi har valgt å skrive aggregert etterspørsel ved gjennomsnittstall.

ningen har mulighet for å bruke gode  $j$  eller ikke.

Det første leddet ( $\delta_i^h$ ) er den lineære effekten av husholdnings- og boligkarakteristika på elektrisitetsforbruket (konstantledd), og dette fanger opp hvordan disse karakteristikaene påvirker nivået på elektrisitetsforbruket i ulike husholdninger. De to neste leddene er ikke-lineære og fanger opp hvordan elektrisitetsforbruket i ulike husholdningsgrupper varierer med inntekt og priser.  $\alpha_i^h$  sier noe om nivået på budsjettandelen,  $\lambda_i$  og  $\gamma_{ij}^h$  angir priseffekter (egen- og krysspriseffekter) og  $\beta_i^h$  angir inntektseffekter i disse ikke-lineære leddene.

Parameterne  $\delta_i^h$ ,  $\alpha_i^h$ ,  $\gamma_{ij}^h$  og  $\beta_i^h$  er husholdningsspesifikke funksjoner av karakteristika som påvirker forbruket og pris- og inntektsfølsomheten til forbruket. I SHE-modellen er denne heterogeniteten gitt ved lineære funksjoner av ulike husholdningskarakteristika ( $\theta^h$ ):

$$\delta_i^h = \delta_0^i + \sum_{r=1}^R \delta_r^i \theta_r^h, \quad (2a)$$

$$\alpha_i^h = \alpha_0^i + \sum_{m=1}^M \alpha_m^i \theta_m^h, \quad (2b)$$

$$\beta_i^h = \beta_0^i + \sum_{k=1}^K \beta_k^i \theta_k^h \quad \text{og} \quad (2c)$$

$$\gamma_{ij}^h = \gamma_0^{ij} + \sum_{f=1}^F \gamma_f^{ij} \theta_{jf}^h. \quad (2d)$$

I SHE-modellen vil det kunne variere hvilke bolig- og husholdningskarakteristika som påvirker de ulike parameterne. Denne heterogeniteten i modellens parametere gjør at den enkelte husholdning i SHE får en unik etterspørselsstruktur, avhengig av karakteristika ved husholdningen og boligen. Dette gjelder både for nivået på etterspørselen (via konstantleddet  $\delta_i^h$ ), men også for etterspørselens pris- og inntektsfølsomhet (via parameterne  $\alpha_i^h$ ,  $\gamma_{ij}^h$  og  $\beta_i^h$ ). Denne heterogeniteten gjør at de potensielle aggregeringsproblemene er store i SHE-modellen. For å unngå aggregeringsskjevheter er det derfor viktig at forbruket blir aggregert på en teoretisk konsistent måte.<sup>3</sup>

---

<sup>3</sup> Se Halvorsen mf. (2007) for en diskusjon av hvor store disse aggregeringsskjevhetene er i SHE.

## 2.2 Aggregering av etterspørselsfunksjonen i SHE

Aggregert elektrisitetsforbruk i SHE-A finnes ved å beregne  $\bar{q}_i$  fra ligning (1) når vi tar hensyn til heterogeniteten i parameterene i modellen beskrevet ved ligning (2a) - (2d). Aggregering av etterspørselsstrukturen i SHE gir følgende ligning for gjennomsnittlig aggregert forbruk (se vedlegg A for mellomregninger):

$$\begin{aligned} \bar{q}_i &= \delta_0^i + \sum_{r=1}^R \delta_r^i \bar{\theta}_r + \left[ \alpha_0^i S_0^i + \sum_{m=1}^M \alpha_m^i S_{\theta_m}^i \bar{\theta}_m \right] \frac{\bar{x}}{p_i} \\ &+ \sum_{j=1}^J \left[ \gamma_0^{ij} S_{0,p_j}^i + \sum_{f=1}^F \gamma_f^{ij} S_{\theta_{jf},p_j}^i \bar{\theta}_{jf} \right] \ln(\bar{p}_j) \frac{\bar{x}}{p_i} \text{OE}_j, \\ &+ \left[ \beta_0^i S_{0,x}^i + \sum_{k=1}^K \beta_k^i S_{\theta_{k,x}}^i \bar{\theta}_k \right] \ln(\bar{x}) \frac{\bar{x}}{p_i} + \lambda_i \ln(\bar{p}_i^h) \end{aligned} \quad (3)$$

hvor  $\bar{\theta}$  er gjennomsnittet i utvalget av karakteristikken  $\theta$ ,  $\bar{x}$  er gjennomsnittsinntekten i utvalget og  $\bar{p}_j$  er gjennomsnittlig pris på gode  $j$  (elektrisitet, parafin, fyringsolje, ved).

Alle gjennomsnittsverdier er veid med vekten  $v^h$ . Formålet med denne vekten er å korrigere observasjonene i utvalget for trekke- og frafallsskjevheter slik at de bedre gjenspeiler populasjonen (se Halvorsen mfl., 2007, vedlegg F for en nærmere beskrivelse av disse vektene).

De ulike aggregeringsfaktorene er definert ved:

$$S_0^i = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^N v^h \frac{x^h}{x} \frac{\bar{p}_i}{p_i^h}, \quad (4a)$$

$$S_{\theta_r}^i = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^N v^h \frac{x^h}{x} \frac{\bar{p}_i}{p_i^h} \frac{\theta_r^h}{\bar{\theta}_r}, \quad (4b)$$

$$S_{0,p_j}^i = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^N v^h \frac{x^h}{x} \frac{\bar{p}_i}{p_i^h} \frac{\ln(p_j^h) \text{OE}_j^h}{\ln(\bar{p}_j) \text{OE}_j}, \quad (4c)$$

$$S_{\theta_{jf},p_j}^i = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^N v^h \frac{x^h}{x} \frac{\bar{p}_i}{p_i^h} \frac{\theta_{jf}^h \ln(p_j^h) \text{OE}_j^h}{\bar{\theta}_{jf} \ln(\bar{p}_j) \text{OE}_j}, \quad (4d)$$

$$S_{0,x}^i = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^N v^h \frac{x^h}{x} \frac{\bar{p}_i}{p_i^h} \frac{\ln(x^h)}{\ln(\bar{x})}, \quad (4e)$$

$$S_{\theta_{k,x}}^i = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^N v^h \frac{x^h}{x} \frac{\bar{p}_i}{p_i^h} \frac{\theta_k^h \ln(x^h)}{\bar{\theta}_k \ln(\bar{x})}. \quad (4f)$$

Disse aggregeringsfaktorene er relative spredningsmål som viser spredningen i priser, inntekt og andre variable relativt til gjennomsnittet i populasjonen (alle summer og gjennomsnitt er veid med vekten  $v^h$ ). Aggregeringsfaktorene kan tolkes som en type vekter, hvis formål er å veie adferdsparameterne i mikrofunksjonen ( $\delta_r^i$ ,  $\alpha_m^i$ ,  $\gamma_f^{ij}$  og  $\beta_k^i$ ) slik at aggregert forbruk gjenspeiler den riktige sammensetningen av ulike typer husholdninger med ulik type adferd. Aggregeringsfaktorene har et annet formål enn husholdningsvektene ( $v^h$ ). Formålet med husholdningsvektene er å korrigere for skjevheter i utvalget som skyldes trekkeprosedyrer og frafall. Aggregeringsfaktorene skal veie husholdninger med ulik adferd relativt til hvordan denne adferden påvirker aggregert forbruk.

Ved å samordne de ulike leddene i ligning (3) kan vi skrive makroparameterne som en funksjon av mikroparametre, gjennomsnittsverdier og aggregeringsfaktorer:

$$\tilde{\alpha}_i = \alpha_0^i S_0^i + \sum_{m=1}^M \alpha_m^i S_{\theta_m}^i \bar{\theta}_m, \quad (5a)$$

$$\tilde{\gamma}_{ij} = \gamma_0^{ij} S_{0,p_j}^i + \sum_{f=1}^F \gamma_f^{ij} S_{\theta_{jf},p_j}^i \bar{\theta}_{jf}, \quad (5b)$$

$$\tilde{\beta}_i = \beta_0^i S_{0,x}^i + \sum_{k=1}^K \beta_k^i S_{\theta_{k,x}}^i \bar{\theta}_k, \text{ og} \quad (5c)$$

$$\tilde{\delta}_i = \delta_0^i + \sum_{r=1}^R \delta_r^i \bar{\theta}_r. \quad (5d)$$

Ved å sette makroparameterne i (5a) - (5d) inn i ligning (3), kan det aggregerte forbruket skrives som en funksjon av makroparametre, gjennomsnittspriser og gjennomsnittsinntekt:

$$\bar{q}_i = \tilde{\delta}_i + \lambda_i \ln(\bar{p}_i^h) + \left[ \tilde{\alpha}_i + \sum_j^{J_h} \tilde{\gamma}_{ij} \ln(\bar{p}_j) \overline{OE}_j + \tilde{\beta}_i \ln(\bar{x}) \right] \frac{\bar{x}}{\bar{p}_i}. \quad (6)$$

Ligning (6) viser etterspørselsfunksjonen i SHE-A. Ligningen uttrykker aggregert elektrisitetsforbruk som en funksjon av makroparametre og gjennomsnittsverdier for priser og inntekt. Makroparametrene er igjen funksjon av mikroparametre, gjennomsnitt av alle husholdnings- og boligkarakteristika som skaper heterogenitet i adferden, samt aggregeringsfaktorene. For eksempel er det aggregerte konstantleddet ( $\tilde{\alpha}_i$ ) en funksjon av parameterne som beskriver heterogeniteten i konstantleddet ( $\alpha_m^i$ ), gjennomsnittsverdier for variable som er viktig for å beskrive denne heterogeniteten ( $\bar{\theta}_r$ ), samt aggregeringsfaktorer som beskriver fordelingen av priser og inntekt på husholdningene i utvalget ( $S_0^i$ ,

$S_{\theta_r}^i$ ). På samme måte er den aggregerte prisparameteren ( $\tilde{\gamma}_{ij}^j$ ) en funksjon av mikroparameterne  $\gamma_f^{jj}$ , gjennomsnittene  $\overline{\theta_{jf}}$  og aggregeringsfaktorene  $S_{0,p_j}^i$  og  $S_{\theta_{jf},p_j}^i$ . Den aggregerte inntektsparameteren  $\tilde{\beta}_i$  er en funksjon av  $\beta_k^i$ ,  $\overline{\theta_k}$ ,  $S_{0,x}^i$  og  $S_{\theta_k,x}^i$ . Så lenge husholdningene reagerer ulikt, er forskjellige, står overfor forskjellige priser eller har ulik inntekt, vil parameterne i makrofunksjonen avvike fra parameterne i mikrofunksjonen.

Strukturendringer fanges opp på to måter i SHE-A. Via endringer i gjennomsnittsverdier på forklaringsvariablene  $\theta$ , samt endringer i aggregeringsfaktorene (se ligningene 5a – 5d og 6). Det betyr at det aggregerte forbruket vil endres med sammensetningen av husholdninger med ulik inntekt, pris og husholdningskarakteristika selv om adferden er konstant internt i en gruppe. Endringer i fordelingen av disse variablene (strukturendringer) vil dermed ha innflytelse på aggregert forbruk og på hvordan egenskapene i makro avviker fra mikroegenskapene. Ser vi på det motsatte tilfellet, hvor alle husholdninger står overfor like priser ( $p_j^h = \overline{p_j}$ ,  $\forall j$ ) og har like karakteristika, dvs. at  $OE^h = OE$  og  $\theta^h = \theta$ , vil de fleste av aggregeringsfaktorene ( $S_0^i, S_{\theta_r}^i, S_{0,p_j}^i$  og  $S_{\theta_{jf},p_j}^i$ ) bli lik 1. Dette kan sees ved for eksempel:

$$S_{0,p_j}^i = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^N v^h \left( \frac{\overline{x^h}}{x} \right) \frac{\ln(p_j^h) OE_j^h}{\ln(\overline{p_j}) OE_j} = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^N v^h \left( \frac{\overline{x^h}}{x} \right) 1 = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^N v^h \frac{x^h}{x} = 1. \quad (7)$$

Aggregeringsfaktorene for inntekt ( $S_{0,x}^i$  og  $S_{\theta_k,x}^i$ ) vil imidlertid avhenge av spredningen i inntekt så lenge ikke alle husholdninger har lik inntekt. I tilfellet der alle husholdninger er like og står overfor like priser, men hvor inntekten varierer, vil aggregeringsfaktorene for inntekt være gitt ved:

$$S_{0,x}^i = \frac{1}{H} \sum_{h=1}^N v^h \frac{x^h}{x} \frac{\log(x^h)}{\log(\overline{x})} = S_{\theta_k,x}^i \text{ for alle } k.$$

Generelt vil spredningen i alle variable som er av betydning for energietterspørselen påvirke aggregert forbruk. Endringer i sammensetningen av husholdningene (strukturendringer) vil dermed være av betydning for aggregert etterspørsel, i tillegg til adferdseffektene beskrevet gjennom mikroparameterne.



## 2.3 Kalibrering av SHE-A

Selv om vi har identifisert mye heterogenitet i etterspørselsstrukturen i SHE og modellen gir en god prediksjon av det veide utvalgsgjennomsnittet (se avsnitt 3.3), finnes det forskjeller i elektrisitetsforbruk mellom husholdningene som estimeringsmodellen ikke fanger opp. Det kan blant annet skyldes at vi ikke har tilstrekkelige indikatorer i datasettet for ulike forhold, for eksempel holdninger til energibruk. Dette innebærer at det predikerte elektrisitetsforbruket for en enkelt husholdning vil avvike fra det observerte forbruket for husholdningen i basisperioden. En måte å sikre at simulert etterspørsel er lik observert etterspørsel for enkelthusholdninger, er å kalibrere nivået på det predikerte elektrisitetsforbruket for en husholdning i basispunktet. I noen mikrosimuleringsmodeller basert på økonometriske estimeringer gjøres dette (se for eksempel Creedy og Kalb, 2005 og Labandeira mf., 2004 og 2006), mens i andre modeller har man valgt ikke å kalibrere (se for eksempel Dagsvik og Strøm, 2004 eller Aaberge mf., 2000).

Vi har valgt ikke å kalibrere SHE-modellen av hensyn til modellens prediksjonsegenskaper. Det innebærer at vi bruker prediksjonene fra de økonometriske ligningene til å simulere forbruket til den enkelte husholdning. De individuelle simulerte forbrukene summeres så opp til aggregert forbruk. Den uforklarte delen av det observerte gjennomsnittsforbruket i utvalget vil, ved simuleringer av den historiske utviklingen i SHE-A, bli samlet i en restpost. Restposten kan tolkes som en additiv kalibreringsfaktor for forbruket på aggregert nivå. Den aggregerte kalibreringsfaktoren i SHE-A vil inneholde alle effekter på aggregert forbruk som modellen ikke kan forklare årsakene til. Det er mulig å plote hvordan denne restposten endres over tid for å se om det er noen trend i utviklingen i den uforklarte delen av modellen.

Problemet med å kalibrere SHE-modellen på husholdningsnivå er at da vil ikke modellen gi forventningsrette prediksjoner (en nærmere diskusjon av hvordan kalibrering påvirker modellens prediksjonsegenskaper er gitt i Halvorsen mfl. 2007, vedlegg E). Dersom vi hadde kalibrert SHE additivt på individuelt nivå, ville vi i SHE-A fått to kalibreringsfaktorer ved simulering på historiske data. Det skyldes at kalibrering av forbruket på individuelt nivå i basisperioden i SHE ikke garanterer at aggregert simulert forbruk blir lik observert aggregert forbruk i andre år enn basisperioden. Dette ville ikke gitt noen større forklaringskraft til SHE-A, samtidig som modellen ikke lenger ville gitt forventningsrette prediksjoner.

### 3. Beskrivelse av SHE-A

Etterspørselsfunksjonen i SHE-A er gitt ved ligning (6). Verdien på de ulike parameterne er fremkommet ved å estimere ligning (1) på data for husholdningenes elektrisitetsforbruk hentet fra Statistisk sentralbyrås forbruksundersøkelser med tilleggsspørsmål om energi for årene 1993 - 95, gitt heterogeniteten beskrevet i (2a) - (2d). Halvorsen mfl. (2007) gir en beskrivelse av disse estimeringene.

#### 3.1 Etterspørselsstrukturen i SHE-A

Vi har følgende ligninger for makroparameterne i SHE-A:<sup>4</sup>

$$\tilde{\alpha}_1 = 5973 * S_0 - 9248 * \overline{\text{Blokk}} * S_{\text{Blokk}}, \quad (8a)$$

$$\tilde{\gamma}_{11} = 542 * S_{0,p_1} - 503 * \overline{\text{Kunel}} * S_{\text{Kunel},p_1} + 4170 * \overline{\text{Vån.hus}} * S_{\text{Vån.hus},p_1} + 201 * \overline{\text{Høykap.}} * S_{\text{Høykap.},p_1} \quad (8b)$$

$$\tilde{\gamma}_{12} = -580 * S_{0,p_2} + 258 * \overline{\text{Graddag}} * S_{\text{Graddag},p_2} + 180 * \overline{\text{Elkap.}} * S_{\text{Elkap.},p_2} \quad (8c)$$

$$\tilde{\gamma}_{13} = 408 * S_{0,p_3} \quad (8d)$$

$$\tilde{\gamma}_{14} = 58 * S_{0,p_4} - 61 * \overline{\text{Innt.desil}} * S_{\text{Innt.desil},p_4} + 400 * \overline{\text{Ant.vedovn}} * S_{\text{Ant.vedovn},p_4} - 295 * \overline{\text{H.oppv.ved}} * S_{\text{H.oppv.ved},p_4} \quad (8e)$$

$$\tilde{\beta}_1 = -1680 * S_{0,x} - 3782 * \overline{\text{Vån.hus}} * S_{\text{Vån.hus},x} + 1618 * \overline{\text{Blokk}} * S_{\text{Blokk},x} + 166 * \overline{\text{Ant.innt.}} * S_{\text{Ant.innt.},x} \quad (8f)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\delta}_1 = & 41749 + 40 * \overline{\text{m}^2} + 1649 * \overline{\text{Enebolig}} - 1605 * \overline{\text{Parafin}} - 5301 * \overline{\text{Fyringsolje}} + 1511 * \overline{\text{Ved}} \\ & + 1600 * \overline{\text{Hovedopp.el}} + 325 * \overline{\text{Ant.elovn}} + 583 * \overline{\text{Ant.varmekabel}} - 1207 * \overline{\text{Ant.vedovn}} \\ & - 3932 * \overline{\text{Fellessentralfyr}} + 2741 * \overline{\text{Egensentralfyr}} - 249 * \overline{\text{Subst.mulighet}} \\ & + 974 * \overline{\text{Vaskemaskin}} + 1001 * \overline{\text{Oppv.maskin}} + 1103 * \overline{\text{Tørketr.}} + 523 * \overline{\text{Frys.}} + 1663 * \overline{\text{Komf.}} \\ & + 3316 * \overline{\sqrt{\text{Ant.pers.}}} + 21 * \overline{\text{Alder}} + 1330 * \overline{\text{Hytte}} - 823 * \overline{\text{Flyttet}} - 1401 * \overline{\text{Leier}} \end{aligned} \quad (8g)$$

Aggregeringsfaktorene er gitt ved:

$$S_0 = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^N v^h \frac{x^h}{x} \frac{\overline{p_1}}{p_1^h} \quad (9a)$$

<sup>4</sup> Vær oppmerksom på at alle gjennomsnitt er veid med husholdningsvekt  $v^h$ . For å forenkle notasjonen utelater vi indikator for  $i=1$  i alle  $S$ -ene.

$$S_{\text{Blokk}} = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^N v^h \frac{x^h}{x} \frac{\overline{p_1}}{p_1^h} \frac{\text{Blokk}^h}{\text{Blokk}} \quad (9b)$$

$$S_{0,p_1} = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^N v^h \frac{x^h}{x} \frac{\overline{p_1}}{p_1^h} \frac{\ln(p_1^h) OE_1^h}{\ln(p_1) OE_1} \quad (9c)$$

$$S_{\text{Kunel},p_1} = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^N v^h \frac{x^h}{x} \frac{\overline{p_1}}{p_1^h} \frac{\text{Kunel}^h}{\text{Kunel}} \frac{\ln(p_1^h) OE_1^h}{\ln(p_1) OE_1} \quad (9d)$$

$$S_{\text{V\aa n.hus},p_1} = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^N v^h \frac{x^h}{x} \frac{\overline{p_1}}{p_1^h} \frac{\text{V\aa n.hus}^h}{\text{V\aa n.hus}} \frac{\ln(p_1^h) OE_1^h}{\ln(p_1) OE_1} \quad (9e)$$

$$S_{\text{H\o ykap.},p_1} = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^N v^h \frac{x^h}{x} \frac{\overline{p_1}}{p_1^h} \frac{\text{H\o ykap.}^h}{\text{H\o ykap.}} \frac{\ln(p_1^h) OE_1^h}{\ln(p_1) OE_1} \quad (9f)$$

$$S_{0,p_2} = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^N v^h \frac{x^h}{x} \frac{\overline{p_2}}{p_2^h} \frac{\ln(p_2^h) OE_2^h}{\ln(p_2) OE_2} \quad (9g)$$

$$S_{\text{Graddag},p_2} = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^N v^h \frac{x^h}{x} \frac{\overline{p_2}}{p_2^h} \frac{\text{Graddag}^h}{\text{Graddag}} \frac{\ln(p_2^h) OE_2^h}{\ln(p_2) OE_2} \quad (9h)$$

$$S_{\text{Elkap.},p_2} = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^N v^h \frac{x^h}{x} \frac{\overline{p_2}}{p_2^h} \frac{\text{Elkap.}^h}{\text{Elkap.}} \frac{\ln(p_2^h) OE_2^h}{\ln(p_2) OE_2} \quad (9i)$$

$$S_{0,p_3} = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^N v^h \frac{x^h}{x} \frac{\overline{p_3}}{p_3^h} \frac{\ln(p_3^h) OE_3^h}{\ln(p_3) OE_3} \quad (9j)$$

$$S_{0,p_4} = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^N v^h \frac{x^h}{x} \frac{\overline{p_4}}{p_4^h} \frac{\ln(p_4^h) OE_4^h}{\ln(p_4) OE_4} \quad (9k)$$

$$S_{\text{Innt.desil},p_4} = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^N v^h \frac{x^h}{x} \frac{\overline{p_4}}{p_4^h} \frac{\text{Innt.desil}^h}{\text{Innt.desil}} \frac{\ln(p_4^h) OE_4^h}{\ln(p_4) OE_4} \quad (9l)$$

$$S_{\text{Ant.vedovn},p_4} = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^N v^h \frac{x^h}{x} \frac{\overline{p_4}}{p_4^h} \frac{\text{Ant.vedovn}^h}{\text{Ant.vedovn}} \frac{\ln(p_4^h) OE_4^h}{\ln(p_4) OE_4} \quad (9m)$$

$$S_{\text{H.oppv.ved},p_4} = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^N v^h \frac{x^h}{x} \frac{\overline{p_4}}{p_4^h} \frac{\text{H.oppv.ved}^h}{\text{H.oppv.ved}} \frac{\ln(p_4^h) OE_4^h}{\ln(p_4) OE_4} \quad (9n)$$

$$S_{0,x} = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^N v^h \frac{x^h}{x} \frac{\overline{p_1}}{p_1^h} \frac{\ln(x^h)}{\ln(x)} \quad (9o)$$

$$S_{\text{V\aa n.hus},x} = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^N v^h \frac{x^h}{x} \frac{\overline{p_1}}{p_1^h} \frac{\text{V\aa n.hus}^h}{\text{V\aa n.hus}} \frac{\ln(x^h)}{\ln(x)} \quad (9p)$$

$$S_{Blok, x} = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^N v^h \frac{x^h \bar{p}_1}{x p_1^h} \frac{Blok^h \ln(x^h)}{Blok \ln(\bar{x})} \quad (9q)$$

$$S_{Ant.innt., x} = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^N v^h \frac{x^h \bar{p}_1}{x p_1^h} \frac{Ant.innt.^h \ln(x^h)}{Ant.innt. \ln(\bar{x})}. \quad (9r)$$

Disse uttrykkene for aggregeringsfaktorene settes inn i uttrykket for makroparameterne, som igjen settes inn i ligningen for den aggregerte etterspørselen i ligning (6). Det gir husholdningenes aggregerte elektrisitetsetterspørsel på et gitt tidspunkt som en funksjon av de estimerte mikroparameterne, gjennomsnitt av ulike variable og mål på spredningen i disse variablene:

$$\bar{q}_1 = \delta_1 + \lambda_1 \overline{\ln(p_1^h)} + \left[ \alpha_1 + \sum_{j=1}^4 \gamma_{1,j} \ln(\bar{p}_j) \overline{OE_j} + \beta_1 \ln(\bar{x}) \right] \frac{\bar{x}}{p_1}. \quad (10)$$

### 3.2 Simulering av SHE-A

Empiriske simuleringer, hvor man benytter observerte datasett, kan foretas ved hjelp av SHE-A både i basisperioden (som parameterne i modellen er estimert på) og over tid på historiske data. SHE-A kan også benyttes til numeriske simuleringer av elektrisitetsforbruket fremover i tid (scenarier).

#### Simulering i basisperioden

Ved å sette inn verdier på gjennomsnittlige priser, inntekt, husholdningskarakteristika samt beregne verdier på aggregeringsfaktorene for basisperioden, dvs. for det datasettet estimeringene er basert på (forbruksundersøkelsene 1993-95), kan vi foreta ulike simuleringer av husholdningenes aggregerte elektrisitetsetterspørsel. Eksempler på simulering i basisperioden er hvor mye av elektrisitetsforbruket som kan forklares ved de ulike variablene som er inkludert i modellen, samt politikkanalyser for hele husholdningsgruppen (endring i el-avgiften eller mva for alle husholdningene). Det er også mulig å gjøre analyser for ulike grupper av husholdninger (etter inntektsdesil, boligtype, antall husholdningsmedlemmer, etc.), men da må det lages egne husholdningsvekter for hver av disse gruppene. En simulering av SHE-A i basisperioden vil gi samme resultat som en tilsvarende simulering av SHE. Simuleringer av SHE-A i basisperioden for ulike husholdningsgrupper vil bli dokumentert i en masteroppgave ved Økonomisk institutt, UiO. Data som brukes i estimeringene er dokumentert i Halvorsen mf. (1999, 2005, 2007).

#### Simulering over tid

Ved å sette inn verdier på gjennomsnittlige priser, inntekt, ulike husholdningskarakteristika samt verdier på aggregeringsfaktorene for ulike år gjennom en tidsperiode, kan vi simulere utviklingen i

husholdningenes elektrisitetsetterspørsmål over tid. For å kunne simulere forklaringsfaktorene for den historiske utviklingen i husholdningenes elektrisitetsforbruk trenger vi med andre ord tidsserier med gjennomsnittsverdiene for de ulike variablene med innflytelse på elektrisitetsforbruket, samt tidsserier for alle aggregeringsfaktorene. Tidsseriene for aggregeringsfaktorene og gjennomsnittsverdiene for bolig- og husholdningskarakteristika gir mål på hvordan sammensetningen av ulike typer husholdninger har endret seg over tid, dvs. strukturendringene i husholdningenes elektrisitetsetterspørsmål. Diskusjoner av forutsetninger og simuleringer av SHE-A over tid vil bli dokumentert i en masteroppgave ved Økonomisk institutt, samt i en rapport fra Statistisk sentralbyrå. Dataene som brukes i de historiske simuleringene er dokumentert i Halvorsen mf. (1999) samt Dalen og Thilert (2007).

### 3.3 Egenskapene til aggregert etterspørsmål

Vi vil gi en beskrivelse av egenskapene til den aggregerte elektrisitetsetterspørselen i basisperioden. Tabell 3.1 viser simulert gjennomsnittsförbruk i SHE-A (beregnet ved hjelp av ligning 10), det observerte gjennomsnittsförbruket i det veide utvalget fra forbruksundersökelsen 1993-1995 samt beregnet gjennomsnittsförbruk fra Energistatistikken.

**Tabell 3.1 Gjennomsnittlig elektrisitetsförbruk i SHE-A, observert i veid utvalg og beregnet for populasjon**

	Simulert	Observert i veid utvalg	Beregnet for populasjon <sup>1</sup>
Gjennomsnittsförbruk (kWh)	19 721	19 805	18 523
Prediksjonsfeil (kWh)		-84	1 199
Prediksjonsfeil (prosent)		-0,4 %	6,5 %

Kilde: Statistisk sentralbyrå, Rapporter 2005/41, Tabell F4.

Vi ser fra tabellen at modellen simulerer et gjennomsnittsförbruk per år i basisperioden på i underkant av 20 000 kWh per husholdning. Dette er 0,4 prosent lavere enn det observerte gjennomsnittsförbruket i det veide utvalget, dvs. at SHE-A predikerer gjennomsnittsförbruket i det *veide utvalget* svært godt. Hvor godt modellen predikerer gjennomsnittsförbruket i *populasjonen* vil blant annet avhenge av i hvilken grad husholdningsvektene ( $v^h$ ) er i stand til å korrigere utvalgsgjennomsnittet for systematiske skjevheter som følger av trekke- og frafallsskjevheter.<sup>5</sup> Populasjonsgjennomsnittet i basisårene var i overkant av 18 500 kWh. Differansen mellom gjennomsnittet observert i utvalget og populasjonsgjennomsnittet var på 1 282 kWh per husholdning (7 prosent), og differansen mellom simulert gjennomsnittsförbruk i SHE-A og populasjon var i underkant av 1 200 kWh (6,5 prosent).

<sup>5</sup> Formålet med utvalgsvektene er å sikre de stokastiske egenskapene i utvalget ved å korrigere for eventuelle systematiske skjevheter i trekkeprosedyre og frafall. De vil dermed ikke sikre at utvalgsgjennomsnittet treffer populasjonsgjennomsnittet perfekt, siden trekking av utvalg gjør alle variablene stokastiske.

Tabell 3.2 viser at elektrisitetsetterspørselen er relativt følsom for endringer i elektrisitetsprisen, med en egenpriselastisitet på -0,6. Etterspørselen reagerer imidlertid lite på endringer i prisen på alternative energigoder. Inntektselastisiteten er også svært lav, noe som innebærer at strøm er et strengt nødvendighetsgode når man korrigerer for alle indirekte effekter av inntekt via boligkapital og beholdningen av utstyr (oppvarmingsutstyr og elektriske husholdningsapparater).

**Tabell 3.2 Elastisiteter i basispunktet for SHE-A ved 1 prosent endring i priser og inntekt for alle husholdninger**

Elektrisitetspris	Parafinpris	Oljepris	Vedpris	Inntekt
-0,594	0,004	0,001	0,003	0,047

En direkte priselastisitet på -0,6 kan virke høyt, men det er viktig å merke seg at priselastisiteten er definert for endringer i *gjennomsnittlig sluttbrukerpris gjennom året*. Dersom årsaken til økningen i sluttbrukerprisen er en økning i kraftprisen, og kraftprisen utgjør 1/3 av sluttbrukerprisen, impliserer det en direkte priselastisitet av samme prisendring på -0,2 dersom elastisiteten er beregnet for den gjennomsnittlige kraftprisen over året og ikke den gjennomsnittlige sluttbrukerprisen. Begge disse elastisitetene beskriver den sammen prisresponsen, bare definert ut fra ulike priser (sluttbruker- eller kraftprisen). Det er også verd å merke seg at disse prisene og prisendringene er gjennomsnitt over året. Den umiddelbare responsen på en endring i kraftprisene vil være lavere av to hovedårsaker. For det første tar det tid før endringer i kraftprisene slår ut i sluttbrukerprisene for ulike priskontrakter. For det andre tar det tid fra sluttbrukerprisen endres til husholdningene gjør sin tilpasning. Sett i et slikt perspektiv er ikke elastisitetene i SHE-A spesielt høye. Det er imidlertid viktig å være presis i tolkning og bruk av resultater fra modellen.

## Referanser

- Creedy, J. og G. Kalb (2005): Discrete hours labour supply modelling: specification, estimation and simulation, *Journal of Economic Surveys* 19, 697-734.
- Dagsvik, J. og S. Strøm (2004): Sectoral labor supply, choice restrictions and functional form, Discussion Papers 388, Statistisk sentralbyrå. Kommer i *Journal of Applied Econometrics*, 2006.
- Dalen, H.M. og Thilert, K. (2007): Dokumentasjon av analysefiler til prosjektet "Energisparepotensialet i norske husholdninger": Forbruksundersøkelsene, husholdningstariffer for elektrisitet og utetemperaturer 1975-2004. Kommer i serien Notater, Statistisk sentralbyrå.
- Halvorsen, B. og B.M. Larsen (2006): Aggregation with price variation and heterogeneity across consumers. Kommer i serien Discussion Papers, Statistisk sentralbyrå.
- Halvorsen, B., B. M. Larsen og R. Nesbakken (1999): 'Energibruk i husholdningene 1974 - 1995. En dokumentasjon av mikrodata etablert for økonometriske formål innenfor prosjektet Fleksibel energibruk i husholdningene.' *Rapporter 99/8*, Statistisk sentralbyrå.
- Halvorsen, B., B.M. Larsen og R. Nesbakken (2005a): 'Pris- og inntektsfølsomhet i ulike husholdningers etterspørsel etter elektrisitet, fyringsoljer og ved', *Rapporter 2005/8*, Statistisk sentralbyrå.
- Halvorsen, B., B.M. Larsen og R. Nesbakken (2005b): 'Norske husholdningers energiforbruk til stasjonære formål 1960 – 2003 – En diskusjon basert på noen analyser i Statistisk sentralbyrå', *Rapporter 2005/37*, Statistisk sentralbyrå.
- Halvorsen, B., B.M. Larsen og R. Nesbakken (2005): Pris- og inntektsfølsomhet i ulike husholdningers etterspørsel etter elektrisitet, fyringsoljer og ved, *Rapporter 2005/8*, Statistisk sentralbyrå.
- Halvorsen, B., B.M. Larsen og R. Nesbakken (2007): Simulering av husholdningenes elektrisitetsforbruk. Dokumentasjon av mikrosimuleringsmodellen SHE. *Rapporter 2007/7*, Statistisk sentralbyrå.
- Labandeira, X., J. M. Labeaga og M. Rodriguez (2004): Microsimulating the effects of household energy price changes in Spain, *Estudios sobre la economía Española*, 196, FEDEA.
- Mas-Colell, A., M.D. Whinston og J.R. Green (1995): *Microeconomic Theory*, Oxford University Press, New York.
- Aaberge, R., U. Colombino og S. Strøm (2000): Labour Supply Responses and Welfare Effects from Replacing Current Tax Rules by a Flat Tax: Empirical Evidence from Italy, Norway and Sweden, *Journal of Population Economics*, 14, 403 – 422.

## Utrekning av aggregert forbruk

Aggregert elektrisitetsforbruk i SHE-A finnes ved å beregne  $\bar{q}_i = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^N q_i^h v^h$  fra ligning (1) når vi tar hensyn til heterogeniteten i parameterne i modellen, beskrevet ved ligning (2a - 2d):

$$\bar{q}_i = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^N \left\{ \delta_i^h + \left[ \alpha_i^h + \sum_j^{J_h} \gamma_{ij}^h \ln(p_j^h) OE_j^h + \beta_i^h \ln(x^h) \right] \frac{x^h}{p_i^h} + \lambda_i \ln(p_i^h) \right\} v^h .$$

Vekten  $v^h$  korrigerer for utvalgsskjevheter slik at fordelingen i utvalget når det gjelder husholdningsstørrelse samsvarer med fordelingen i populasjonen (se Halvorsen mf. 2007, vedlegg F).

For å lette utregningen deler vi denne summen inn i ulike del-summer. Først ser vi på det veide gjennomsnittet av alle konstantleddene:

$$\frac{1}{N} \sum_{h=1}^N \delta_i^h v^h = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^N \left( \delta_0^i + \sum_{r=1}^R \delta_r^i \theta_r^h \right) v^h = \delta_0^i \bar{v} + \sum_{r=1}^R \delta_r^i \bar{\theta}_r \quad , \quad (\text{A1})$$

hvor  $\bar{v} = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^N v^h \equiv 1$  og  $\bar{\theta} = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^N \theta^h v^h$ . Alle gjennomsnitt er i det følgende er per definisjon veid med vekten  $v^h$  (slik som i ligning A1). Det veide gjennomsnittet for leddet som inneholder  $\alpha_i^h$  er gitt ved:

$$\begin{aligned} \frac{1}{N} \sum_{h=1}^N \alpha_i^h \frac{x^h}{p_i^h} v^h &= \frac{1}{N} \sum_{h=1}^N \left[ \left( \alpha_0^i + \sum_{m=1}^M \alpha_m^i \theta_m^h \right) \frac{x^h}{p_i^h} \right] v^h \\ &= \left( \frac{\alpha_0^i}{N} \sum_{h=1}^N v^h \frac{x^h}{p_i^h} + \frac{1}{N} \sum_{h=1}^N \sum_{m=1}^M \alpha_m^i \theta_m^h v^h \frac{x^h}{p_i^h \theta_m^h} \right) \frac{\bar{p}_i \bar{x}}{p_i \bar{x}} \\ &= \left[ \alpha_0^i \frac{1}{N} \sum_{h=1}^N v^h \frac{x^h}{x} \frac{\bar{p}_i}{p_i} + \sum_{m=1}^M \alpha_m^i \bar{\theta}_m \frac{1}{N} \sum_{h=1}^N v^h \frac{\theta_m^h}{\theta_m} \frac{x^h}{x} \frac{\bar{p}_i}{p_i} \right] \frac{\bar{x}}{p_i} \\ &= \left[ \alpha_0^i S_0^i + \sum_{m=1}^M \alpha_m^i \bar{\theta}_m S_{\theta_m}^i \right] \frac{\bar{x}}{p_i} \end{aligned} \quad (\text{A2})$$



Det veide gjennomsnittet for leddet som inneholder  $\gamma_{ij}^h$  er gitt ved:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{N} \sum_{h=1}^N \sum_{j=1}^J \gamma_{ij}^h \log(p_j^h) OE_j^h \frac{x^h}{p_i^h} v^h = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^N \sum_{j=1}^J \left( \gamma_0^{ij} + \sum_{f=1}^F \gamma_f^{ij} \theta_f^h \right) \ln(p_j^h) OE_j^h \frac{x^h}{p_i^h} v^h \\
& = \sum_{j=1}^J \left[ \frac{\gamma_0^{ij}}{N} \sum_{h=1}^N v^h \frac{x^h \ln(p_j^h) OE_j^h}{p_i^h} + \sum_{f=1}^F \frac{\gamma_f^{ij}}{N} \sum_{h=1}^N v^h \theta_f^h \frac{x^h \ln(p_j^h) OE_j^h}{p_i^h} \frac{\bar{\theta}_{jf}}{\theta_{jf}} \right] \frac{\bar{x}}{x} \frac{\bar{p}_i}{p_i} \ln(\bar{p}_j) \frac{\overline{OE_j}}{OE_j} \\
& = \sum_{j=1}^J \left[ \gamma_0^{ij} \frac{1}{N} \sum_{h=1}^N v^h \frac{x^h}{x} \frac{\bar{p}_i}{p_i^h} \frac{\ln(p_j^h) OE_j^h}{\ln(\bar{p}_j) \overline{OE_j}} + \sum_{f=1}^F \gamma_f^{ij} \bar{\theta}_{jf} \frac{1}{N} \sum_{h=1}^N v^h \frac{\theta_f^h}{\theta_{jf}} \frac{x^h}{x} \frac{\bar{p}_i}{p_i^h} \frac{\ln(p_j^h) OE_j^h}{\ln(\bar{p}_j) \overline{OE_j}} \right] \frac{\bar{x}}{p_i} \ln(\bar{p}_j) \overline{OE_j} \\
& = \sum_{j=1}^J \left[ \gamma_0^{ij} S_{0,p_j}^i + \sum_{f=1}^F \gamma_f^{ij} \bar{\theta}_{jf} S_{\theta_{jf},p_j}^i \right] \frac{\bar{x}}{p_i} \ln(\bar{p}_j) \overline{OE_j}
\end{aligned} \tag{A3}$$

Det veide gjennomsnittet for leddet som inneholder  $\beta_i^h$  er gitt ved:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{N} \sum_{h=1}^N \beta_i^h \ln(x^h) \frac{x^h}{p_i^h} v^h = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^N \left( \beta_0^i + \sum_{k=1}^K \beta_k^i \theta_k^h \right) \ln(x^h) \frac{x^h}{p_i^h} v^h \\
& = \left[ \frac{\beta_0^i}{N} \sum_{h=1}^N \frac{x^h}{p_i^h} \ln(x^h) + \sum_{k=1}^K \frac{\beta_k^i}{N} \sum_{h=1}^N \theta_k^h \frac{x^h}{p_i^h} \log(x^h) \frac{\bar{\theta}_k}{\theta_k} \right] \frac{\bar{x}}{x} \frac{\bar{p}_i}{p_i} \log(\bar{x}) v^h \\
& = \left[ \beta_0^i \frac{1}{N} \sum_{h=1}^N v^h \frac{x^h}{x} \frac{\bar{p}_i}{p_i^h} \frac{\ln(x^h)}{\ln(\bar{x})} + \sum_{k=1}^K \beta_k^i \bar{\theta}_k \frac{1}{N} \sum_{h=1}^N v^h \frac{\theta_k^h}{\theta_k} \frac{x^h}{x} \frac{\bar{p}_i}{p_i^h} \frac{\ln(x^h)}{\ln(\bar{x})} \right] \frac{\bar{x}}{p_i} \ln(\bar{x}) \\
& = \left[ \beta_0^i S_{0,x}^i + \beta_k^i \bar{\theta}_k S_{\theta_k,x}^i \right] \frac{\bar{x}}{p_i} \ln(\bar{x})
\end{aligned} \tag{A4}$$

Vi kan nå skrive gjennomsnittsforkbruket som en funksjon av mikroparametere, gjennomsnittsverdier for priser, inntekt og husholdningskarakteristika, samt mål for spredningen av disse variablene:

$$\begin{aligned}
\bar{q}_i & = \delta_0^i + \sum_{r=1}^R \delta_r^i \bar{\theta}_r + \lambda_i \ln(\bar{p}_i^h) + \left[ \alpha_0^i S_0^i + \sum_{m=1}^M \alpha_m^i S_{\theta_m}^i \bar{\theta}_m \right] \frac{\bar{x}}{p_i} \\
& + \sum_{j=1}^J \left[ \gamma_0^{ij} S_{0,p_j}^i + \sum_{f=1}^F \gamma_f^{ij} S_{\theta_{jf},p_j}^i \bar{\theta}_{jf} \right] \ln(\bar{p}_j) \overline{OE_j} \frac{\bar{x}}{p_i} , \\
& + \left[ \beta_0^i S_{0,x}^i + \sum_{k=1}^K \beta_k^i S_{\theta_k,x}^i \bar{\theta}_k \right] \ln(\bar{x}) \frac{\bar{x}}{p_i}
\end{aligned} \tag{A5}$$

hvor aggregeringsfaktorene er gitt ved ligningene (4a) - (4f) og de aggregerte parameterne er gitt ved ligningene (5a) - (5d).